



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Álgebra Linear e Geometria Analítica

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima Semestre: 2022.2

Cursos: Engenharia – 2º Semestre Data: 15 de Setembro de 2022

Discente: _____ Nota: _____

AVALIAÇÃO – 1º BIMESTRE – TIPO C

“A persistência é o melhor caminho do êxito” – Charles Chaplin

Questão 01:

Analise as proposições abaixo, se Verdadeiro **MOSTRE** e se Falso de um **CONTRA – EXEMPLO**.

() Considere $A_n(K)$, $B_n(K)$ e $P_n(K)$ onde $K = \mathbb{R}$ ou \mathbb{C} . Se $\det(A) = 1$ então $A^{-1} = A$.

() O sistema $\begin{cases} x - my = 1 - m \\ (1 + m)x + y = 1 \end{cases}$ admite solução única para cada número real m .

() Sabe-se que H é uma matriz quadrada de ordem 3 e que $\det(H) = 2$, Então, $\det(3H)$ será 54.

() No escalonamento $\begin{cases} 2a + 3b + 4c = 9 \\ a - b + 2c = 2 \\ a + 4b + 2c = 7 \end{cases}$ o sistema admite soluções infinitas, ou seja, é S.P.I

Questão 02:

Dada a matriz $A = \begin{bmatrix} a & x \\ c & y \end{bmatrix}$, tal que $a = 2^{(1 + \log_2^5)}$, $x = 2^{\log_2^8}$, $c = \log_{\sqrt{3}}^{81}$, $y = \log_{\sqrt{3}}^{27}$. Qual a matriz real quadrada B de mesma ordem que a matriz A , sendo que AB é uma matriz identidade de mesma ordem?

Questão 03:

Resolva pelo método do escalonamento passo a passo com as operações usuais: $\begin{cases} a - 2b + c = 1 \\ 2a + b - c = 2 \\ a + 3b - 2c = 1 \end{cases}$

Questão 04:

Resolva utilizando a regra de Cramer o sistema $\begin{cases} x + y + z = 1 \\ \frac{2x - y}{3z + 2} = \frac{z + 1}{2x + y} = 1 \end{cases}$

Gabarito da Ava 01 - 2022.2

Tipo C

Algebra Linear

Questão 01

a) Verdadeiro. Vide a propriedade da matriz inversa

$$b) \det A = \begin{vmatrix} 1 & -m \\ 1+m & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$1 + m(1+m) \neq 0$$

$$m^2 + m + 1 \neq 0$$

$$X = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -m \\ m-1 & 1 \end{vmatrix}}{m^2 + m + 1} = \frac{1-m+1}{m^2 + m + 1}$$

$$\frac{1}{m^2 + m + 1}$$

Has x é o maior possível
Logo verdadeiro

Questões 01:

c) $\det(H) = 2$

$$\det(3H) = 3^3 \cdot \det(H)$$

$$\det(3H) = 27 \cdot 2$$

$$\det(3H) = 54$$

Verdade

d)
$$\begin{array}{ccc|c} 2 & 3 & 4 & 9 \\ 1 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Trocas de linhas $h_2 \leftrightarrow h_1$
 $h_3 \leftrightarrow h_2$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 2 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \\ 0 & 5 & 0 & 5 \end{array} \begin{array}{l} (-1) \quad (-2) \\ (+) \\ (+) \end{array}$$

Logo sendo $0 \cdot 3 = 0$

S. PI

Verdade

Questão 02:

$$a = 2^{(1 + \log_2^5)} = 2.5 \Rightarrow 10$$

$$x = 2^{\log_2^8} = 8$$

$$c = \log_{\sqrt{3}}^{81} = 8$$

$$y = \log_{\sqrt{3}}^{27} = 6$$

Então:

$$A = \begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$$

Logo:

$$A \cdot B = I_2$$

$$\begin{bmatrix} 10 & 8 \\ 8 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 10a + 8c = 1 \\ 8a + 6c = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 10b + 8d = 0 \\ 8b + 6d = 1 \end{cases}$$

Logo teremos após a resolução dos sistemas:

$$a = -\frac{3}{2}; b = 2, c = 2 \text{ e } d = -\frac{5}{2}$$

$$B = \begin{bmatrix} -\frac{3}{2} & 2 \\ 2 & -\frac{5}{2} \end{bmatrix}$$

Questão 03:

$$\begin{cases} a - 2b + c = 1 \\ 2a + b - c = 2 \\ a + 3b - 2c = 1 \end{cases}$$

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 & 1 \end{array} \right|$$

Multiplicando - se a 1ª equação
por (-2) e por (-1) e adicionando - se
respectivamente, à 2ª e 3ª equações,
temos:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \end{array} \right|$$

Multiplicando - se por (-1) a 2ª equação
e adicionando - se à 3ª equação,
temos:

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -3 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \end{array} \right|$$

Logo temos o sistema:

$$\begin{cases} a - 2b + c = 1 \\ 5b - 3c = 0 \end{cases}$$

Então $c = \alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R}$) temos

$$5b - 3c = 0$$

$$5b - 3\alpha = 0$$

$$b = \frac{3\alpha}{5}$$

$$a - 2b + c = 1$$

$$a - \frac{6\alpha}{5} + \alpha = 1$$

$$a = \frac{5 + \alpha}{5}$$

Logo S.P.I

Questão 04

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ \frac{2x-y}{3z+2} = \frac{z+1}{2x+y} = 1 \end{cases}$$

$$\frac{2x-y}{3z+2} = 1 \Rightarrow 2x-y-3z=2$$

$$\frac{z+1}{2x+y} = 1 \Rightarrow 2x+y-z=1$$

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ 2x-y-3z=2 \\ 2x+y-z=1 \end{cases}$$

$$\det A_z = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \Rightarrow z = \frac{3}{4}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 10 - 6 = 4$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2}, -\frac{5}{4}, \frac{3}{4} \right\}$$

$$\det A_x = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 6 \Rightarrow x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\det A_y = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{4}$$



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Álgebra Linear e Geometria Analítica

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima Semestre: 2022.2

Cursos: Engenharia – 2º Semestre Data: 15 de Setembro de 2022

Discente: _____ Nota: _____

AVALIAÇÃO – 1º BIMESTRE- TIPO B

“A persistência é o melhor caminho do êxito” – Charles Chaplin

Questão 01:

Analise as proposições abaixo, se Verdadeiro **MOSTRE** e se Falso de um **CONTRA – EXEMPLO**.

() Dizemos que duas matrizes $n \times n$ A e B são semelhantes se existir uma matriz $n \times n$ inversível P tal, que $B = P^{-1}.AP$. Se A e B são matrizes semelhantes quaisquer, então, $\det(\alpha - B) = \det(\alpha - A)$, onde α é um real qualquer.

() Considere o sistema
$$\begin{cases} 3a + mb + c = 0 \\ ma + b - c = 0 \\ 6a + mb + 2c = 0 \end{cases}$$
 sendo suas incógnitas a , b e c na qual m é um número

real. Se $m = -8$ e $c = 1$, então se obtém um sistema de três equações nas incógnitas a e b , que tem uma única solução.

() Qualquer que sejam os números reais, a , b e c o determinante da matriz
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{bmatrix}$$
 será abc .

Questão 02:

Resolva utilizando a regra de Cramer o sistema
$$\begin{cases} \frac{x+2y}{-3t-1} = \frac{2x-y}{z-2t} = 1 \\ \frac{x-2z}{t-y} = \frac{3t-1}{2z-y} = 2 \end{cases}$$

Questão 03:

Determine as condições que x deve satisfazer para que a Matriz A seja inversível:
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & x & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 6 & 5 & x \end{pmatrix}$$

Questão 04:

Resolva pelo processo de Escalonamento ensinando na sala
$$\begin{cases} 3u + 4v - w = 1 \\ 4u + 5v + 2w = 12 \\ u - 2v + 3w = 8 \end{cases}$$

Tipo B
Álgebra Linear

Questão 01:

$$\begin{aligned}
 a) \alpha - B &= \alpha I - P^{-1} \cdot AP \\
 &= \alpha (P^{-1} \cdot P) - P^{-1} AP \\
 &= P^{-1} \cdot (\alpha P) - P^{-1} AP \\
 &= P^{-1} \cdot (\alpha P - AP) \\
 &= P^{-1} [\alpha (IP) - AP] \\
 &= P^{-1} [(\alpha I)P - AP] \\
 &= P^{-1} [(\alpha I - A)P], \alpha \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

$$(B = P^{-1} \cdot AP)$$

$$(P^{-1} \cdot P = I)$$

$$(IP = P)$$

Verdadeiro

Logo

$$\begin{aligned}
 \det(\alpha I - B) &= \det[P^{-1} \cdot (\alpha I - A) P] \\
 &= [\det P^{-1}] \cdot [\det(\alpha I - A)] \cdot [\det P] \\
 &= \frac{1}{\det P} \cdot [\det(\alpha I - A)] \cdot \det P \\
 &= \det(\alpha I - A), \alpha \in \mathbb{R}
 \end{aligned}$$

b) Sistema é homogêneo logo: Se $m \neq 0$ ou $m \neq -3$ (SPD)

$\det \neq 0$ (SPD)

$\det = 0$ (SPI)

Se $m = 0$ ou $m = -3$ (SPI)

Logo $m = -3$

Falso

$$\left| \begin{array}{ccc|c}
 3 & m & 1 & 3m \\
 m & 1 & -1 & m \\
 6 & m & 2 & 6m
 \end{array} \right|$$

$$3(2+m) - m(2m+6) + 1(m^2 - 6) = 0$$

$$6 + 3m - 2m^2 - 6m + m^2 - 6 = 0$$

$$-m^2 - 3m = 0 \begin{cases} m = 0 \\ m = -3 \end{cases}$$

Questão 01.

$$c) \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1+c \end{bmatrix}$$

Multiplicando-se os elementos da 1ª linha por -1 e somando-se com os elementos da 2ª, 3ª e 4ª linhas, temos.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}$$

Por Laplace, temos $\begin{vmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{vmatrix} = abc$

Verificando

Questão 02:

$$\begin{cases} \frac{x+2y}{-3t-1} = \frac{2x-y}{z-2t} = 1 \\ \frac{x-2z}{t-y} = \frac{3t-1}{2z-y} = 2 \end{cases}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & -2 & -2 \\ 0 & 2 & -4 & 3 \end{vmatrix} = 124$$

$$\det y = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -4 & 3 \end{vmatrix} = -36$$

Procedendo:

$$\frac{x+2y}{-3t-1} = 1 \Rightarrow x+2y+3t = -1$$

$$\frac{2x-y}{z-2t} = 1 \Rightarrow 2x-y-z+2t = 0$$

$$\frac{x-2z}{t-y} = 2 \Rightarrow x+2y-2z-2t = 0$$

$$\frac{3t-1}{2z-y} = 2 \Rightarrow 2y-4z+3t = 1$$

$$\begin{cases} x+2y+3t = -1 \\ 2x-y-z+2t = 0 \\ x+2y-2z-2t = 0 \\ 2y-4z+3t = 1 \end{cases}$$

$$\text{Logo } x = \frac{\det y}{\det A} = \frac{-36}{124} = -\frac{9}{31}$$

Questão 03:

A matriz A é invertível se $\det A \neq 0$ logo:

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & x & 5 \\ 1 & 3 & 4 & 3 \\ 1 & 6 & 5 & x \end{vmatrix}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & x-3 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 4 & 2 & x-4 \end{vmatrix}$$

\Rightarrow Aplicando Laplace na 1ª coluna

$$\det A = 1 \cdot (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 1 & x-3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & x-4 \end{vmatrix}$$

$$\det A \neq 0 \Rightarrow -x^2 + 4x - 4 \neq 0$$
$$x^2 - 4x + 4 \neq 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4$$

$$\Delta = 16 - 16$$

$$\Delta = 0$$

$$x_1 = x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$x_1 = x_2 = \frac{4 \pm 0}{2} = 2$$

$$x \neq 2$$

$$\det A = x - 4 - 4x + 12 + 2 - 4 - (x-3)(x-4) + 2$$

$$\det A = -x^2 - 4x + 4$$

logo

$$x \neq 2$$

Questão 4:

$$\begin{cases} 3u + 4v - w = 1 \\ 4u + 5v + 2w = 12 \\ u - 2v + 3w = 8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & 4 & -1 & 1 \\ 4 & 5 & 2 & 12 \\ 1 & -2 & 3 & 8 \end{array}$$

↓

$$\boxed{L_1 \leftrightarrow L_3}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 8 \\ 4 & 5 & 2 & 12 \\ 3 & 4 & -1 & 1 \end{array}$$

↓

$$\boxed{\begin{array}{l} (4L_1) + L_2 \\ -3L_1 + L_3 \end{array}}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 8 \\ 0 & 13 & -10 & -20 \\ 0 & 10 & -10 & -23 \end{array}$$

$$\boxed{L_2 \rightarrow \frac{L_2}{13}}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{13} & \frac{-20}{13} \\ 0 & 10 & -10 & -23 \end{array}$$

$$\boxed{L_3 \rightarrow -10L_2 + L_3}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & 3 & 8 \\ 0 & 1 & -\frac{10}{13} & \frac{-20}{13} \\ 0 & 0 & \frac{-30}{13} & \frac{-99}{13} \end{array}$$

$$S = \begin{cases} u = \frac{1}{10} \\ v = 1 \\ w = \frac{33}{10} \end{cases}$$



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Álgebra Linear e Geometria Analítica

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima **Semestre:** 2022.2

Cursos: Engenharia – 2º Semestre **Data:** 15 de Setembro de 2022

Discente: _____ **Nota:** _____

AVALIAÇÃO – 1º BIMESTRE – TIPO A

“A persistência é o melhor caminho do êxito” – Charles Chaplin

Questão 01:

Analise as proposições abaixo, se Verdadeiro **MOSTRE** e se Falso de um **CONTRA – EXEMPLO**.

() A solução do sistema $\begin{cases} (a-1)x + by = 1 \\ (a+1)x + 2by = 5 \end{cases}$ é $x = 1$ e $y = 2$. Então $a + b$ é 12.

() Sejam A e B matrizes 2×2 tais que $AB = BA$ e que satisfazem à equação matricial $A^2 + 2AB - B = 0$. Se B é inversível então A também é inversível.

() Sabe-se que H é uma matriz quadrada de ordem 3 e que $\det(H) = 2$, Então, $\det(3H)$ será 54.

() No sistema $\begin{cases} kx - y + z = 9 \\ x + ky + z = k \\ x + y + kz = 1 \end{cases}$ o sistema será indeterminado com $k = 0$ ou $k = -1$.

Questão 02:

Sendo H o conjunto solução do sistema $\begin{cases} a + b + c = 0 \\ a + \left(\log_3^a\right)^2 b + c = 0 \\ 2a + 2b + \left(\log_3^{\frac{27}{a}}\right) c = 0 \end{cases}$, sendo ele um S.P.I, determine seu

conjunto solução.

Questão 03:

Resolva pelo método do escalonamento passo a passo com as operações usuais: $\begin{cases} 3a + 2b - c = 1 \\ 2a - 2b + 4c = -2 \\ a + \frac{b}{2} - c = 0 \end{cases}$

Questão 04:

Resolva utilizando a regra de Cramer o sistema $\begin{cases} \frac{2}{u} - \frac{1}{v} - \frac{1}{w} = -1 \\ \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{w} = 0 \\ \frac{3}{u} - \frac{2}{v} + \frac{1}{w} = 4 \end{cases}$

Gabarito da Prova 01 - Tipo A

2022-2

Álgebra Linear

Questão 01

$$a) \det_A = \begin{vmatrix} a-1 & b \\ a+1 & 2b \end{vmatrix} = \det_A = b(a-3)$$

$$\det_{A_{xx}} = \begin{vmatrix} 1 & b \\ 5 & 2b \end{vmatrix} \Rightarrow -3b \Rightarrow x = \frac{\det_{A_{xx}}}{\det_A} = \frac{3}{3-a} \Rightarrow a=0$$

$$\det_{A_{yy}} = \begin{vmatrix} a-1 & 1 \\ a+1 & 5 \end{vmatrix} \Rightarrow 2(2a-3) = y = \frac{\det_{A_{yy}}}{\det_A} = \frac{2(2a-3)}{b(a-3)} \Rightarrow b=1$$

$$a+b=$$

$$0+1 = \textcircled{1} \text{ Falso}$$

$$b) A^2 + 2AB - B = 0$$

$$\Rightarrow A^2 + 2AB = B$$

$$\Rightarrow (A^2 + 2AB) \cdot B^{-1} = BB^{-1} \Rightarrow A^2 \cdot B^{-1} + 2ABB^{-1} = I_2$$

$$\Rightarrow A^2 \cdot B^{-1} + 2AI_2 = I_2 \Rightarrow A^2 B^{-1} + 2A = I_2$$

$$= A(AB^{-1} + 2I_2) = I_2$$

Logo, existe $A^{-1} = AB^{-1} + 2I_2$

Verdadeiro

$$d) \begin{array}{c|cc} k & -1 & 1 \\ \hline 1 & k & 1 \\ 1 & 1 & k \end{array} \begin{array}{c} k-1 \\ 1 \\ 1 \end{array}$$

$$k^3 - 1 + 1 - k - k + k =$$

$$k^3 - k$$

$$D_A = 0$$

$$k^3 - k = 0$$

$$k(k^2 - 1) = 0$$

$$k = 0 \quad k^2 - 1 = 0$$

$$k^2 = 1$$

$$k = \pm \sqrt{1}$$

$$k = \pm 1$$

$$k = 0 \text{ ou } k = -1$$

pois $k \neq 1$ o sistema é SPD

Verificação

c)

Questão 02:

O sistema já mostra que é homogêneo e indeterminado, se e somente se, o determinante:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & (\log_3 a)^2 & 1 \\ 2 & 2 & \log_3 \frac{27}{a} \end{vmatrix} \text{ seja igual a zero.}$$

Resolvendo pela regra de Sarrus temos:

$$(\log_3 a)^2 \cdot \log_3 \left(\frac{27}{a}\right) + 2 + 2 - 2(\log_3 a)^2 - 2 - \log_3 \frac{27}{a} = 0$$

$$(\log_3 a)^2 \cdot [\log_3 27 - \log_3 a] - 2(\log_3 a)^2 - [\log_3 27 - \log_3 a] + 2 = 0$$

Fazendo $\log_3 a = t$, temos:

$$t^2 \cdot (3 - t) - 2t^2 - 3 + t + 2 = 0$$

$$t^3 - t^2 - t + 1 = 0$$

$$t^2(t-1) - 1(t-1) = 0$$

$$(t-1) \cdot (t^2 - 1) = 0$$

$$t-1=0 \quad t^2-1=0$$

$$t=1 \quad t^2=1$$

$$t = \pm 1$$

$$t = \pm 1$$

\log_3 :

$$\log_3 a = 1 \Rightarrow a = 3^1 = a = 3$$

ou

$$\log_3 a = -1 \Rightarrow a = 3^{-1} = a = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ 3, \frac{1}{3} \right\}$$

Questão 03:

$$\begin{cases} 3a + 2b - c = 1 \\ 2a - 2b + 4c = -2 \\ a + \frac{b}{2} - c = 0 \end{cases}$$

↓

$$\begin{array}{ccc|c} 3 & 2 & -1 & 1 \\ 2 & -2 & 4 & -2 \\ 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \end{array}$$

↓

$$L_1 \leftrightarrow L_3$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 2 & -2 & 4 & -2 \\ 3 & 2 & -1 & 1 \end{array}$$

↓

$$L_2 \rightarrow L_2 + (-2L_1)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -2 \\ 3 & 2 & -1 & 1 \end{array}$$

↓

$$L_3 \rightarrow L_3 + (-3L_1)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 6 & -2 \\ 0 & \frac{1}{2} & -1 & -1 \end{array}$$

$$L_2 \rightarrow (-1)L_2$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{2}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & 2 & 1 \end{array}$$

↓

$$L_3 \rightarrow L_3 + (-\frac{1}{2}L_2)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 3 & \frac{2}{3} \end{array}$$

↓

$$L_3 \rightarrow \frac{L_3}{3}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & -\frac{2}{3} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} \end{array}$$

↓

$$L_2 \rightarrow L_2 + (2L_3)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} \end{array}$$

↓

$$L_1 \rightarrow L_1 + (1L_3)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & \frac{1}{2} & 0 & \frac{2}{9} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} \end{array}$$

$$L_1 \rightarrow L_1 + (-\frac{1}{2}L_2)$$

$$\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{1}{3} \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{2}{9} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{2}{9} \end{array}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$b = -\frac{2}{9}$$

$$c = \frac{2}{9}$$

Questão 04:

$$\begin{cases} \frac{2}{u} - \frac{1}{v} - \frac{1}{w} = 1 \\ \frac{1}{u} + \frac{1}{v} + \frac{1}{w} = 0 \\ \frac{3}{u} - \frac{2}{v} + \frac{1}{w} = 4 \end{cases}$$

Fazendo (Sugestão)

$$\frac{1}{u} = x \quad \frac{1}{v} = y, \quad \frac{1}{w} = z$$

Temos

$$\begin{cases} 2x - y - z = 1 \\ x + y + z = 0 \\ 3x - 2y + z = 4 \end{cases}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 & | & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & | & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 1 & | & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 9$$

$$\det A_X = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det A_X = -3$$

$$\det A_Y = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 & | & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 1 & | & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & | & 3 & 4 \end{vmatrix}$$

$$\det A_Y = -14$$

$$\det A_Z = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -1 & | & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & | & 1 & 1 \\ 3 & -2 & 4 & | & 3 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\det A_Z = 17$$

$$X = \frac{\det A_X}{\det A} = \frac{-3}{9} = -\frac{1}{3} = \textcircled{-3}$$

$$Y = \frac{\det A_Y}{\det A} = \frac{-14}{9}$$

$$Z = \frac{\det A_Z}{\det A} = \frac{17}{9}$$



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Álgebra Linear e Geometria Analítica

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima **Semestre:** 2022.2

Cursos: Engenharia – 2º Semestre **Data:** 15 de Setembro de 2022

Discente: _____ **Nota:** _____

AVALIAÇÃO – 1º BIMESTRE – TIPO D

“A persistência é o melhor caminho do êxito” – Charles Chaplin

Questão 01:

Analise as proposições abaixo, se Verdadeiro **MOSTRE** e se Falso de um **CONTRA – EXEMPLO**.

() Considere o sistema
$$\begin{cases} ax + (\log_2^a)y = 0 \\ (a-2)^3 x + 3e^{\left(\frac{a-4}{2}\right)}y = 0 \end{cases}$$
 em que $a > 0$, então $a = 4$ o sistema será S.P.D

() Se x e y são números reais não nulos e
$$\begin{vmatrix} x & y & x^2 + y^2 \\ x & 0 & x^2 \\ -2 & -3 & -5 \end{vmatrix} = 0$$
, então $2x + 3y = 5$

() A é uma matriz quadrada de ordem 4 e $\det(A) = -6$. Então o valor de x nessa matriz é 15 sabendo que $\det(2A) = x - 97$.

() No sistema
$$\begin{cases} x + y - az = 1 \\ 3x - y - 2z = 6 \\ 2x + 2y - 2z = b \end{cases}$$
 se $a \neq 1$, o sistema terá solução única.

Questão 02:

Considere as matrizes U e V , ambas inversíveis e de ordem n , bem como a matriz identidade I . Sabendo que $\det(U) = 5$ e $\det(I \cdot B^{-1} \cdot U) = 1/3$, qual o valor da determinante $\det [3 \cdot (V^{-1} \cdot U^{-1})^T]$?

Questão 03:

Resolva pelo método do escalonamento passo a passo com as operações usuais:
$$\begin{cases} x - 2y - 3z = 5 \\ -2x + 5y + 2z = 3 \\ -x + 3y - z = 2 \end{cases}$$

Questão 04:

Resolva utilizando a regra de Cramer o sistema
$$\begin{cases} -x - y - z = 5 \\ x + 2y + 4z = 4 \\ 3x + y - 2z = -3 \end{cases}$$

Gabarito da AVA 01 - 2022.2

Tipo D

✓ Álgebra Linear

Questão 01

- a) Sendo o sistema homogêneo, ele nunca será impossível.
Se $a=4$, temos:

$$\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 8x + 3y = 0 \end{cases} \quad \det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 8 & 3 \end{vmatrix} = -2 \quad \text{Logo é S.P.D}$$

Verdadeiro

- b) Sendo C_1 e C_2 as colunas 1 e 2 respectivamente e como $2x + 5y = 5$, temos $x C_1 + y C_2 = C_3$, isto é a coluna 3 é combinação linear das colunas 1 e 2 logo $\det A = 0$ falso.

Verdadeiro

Questões 01:

c) A é uma matriz quadrada de ordem 4.

$$\text{Então, } \det(2A) = 2^4 \cdot \det A \Rightarrow \det(2A) = 16 \cdot (-6) = -96$$

$$\text{Como } \det(2A) = x - 97, \text{ então } x - 97 = -96 \Rightarrow \perp$$

Verdadeiro

$$d) \begin{cases} x + y - az = 1 \\ 3x - y - 2z = 6 \\ 2x + 2y - 2z = b \end{cases}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -a \\ 3 & -1 & -2 \\ 2 & 2 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}$$

$$\det A = -8a + 8$$

$$-8a + 8 \neq 0$$

$$-8a \neq -8$$

$$\boxed{a \neq -1}$$

Verdadeiro

Questão 02:

Amulada

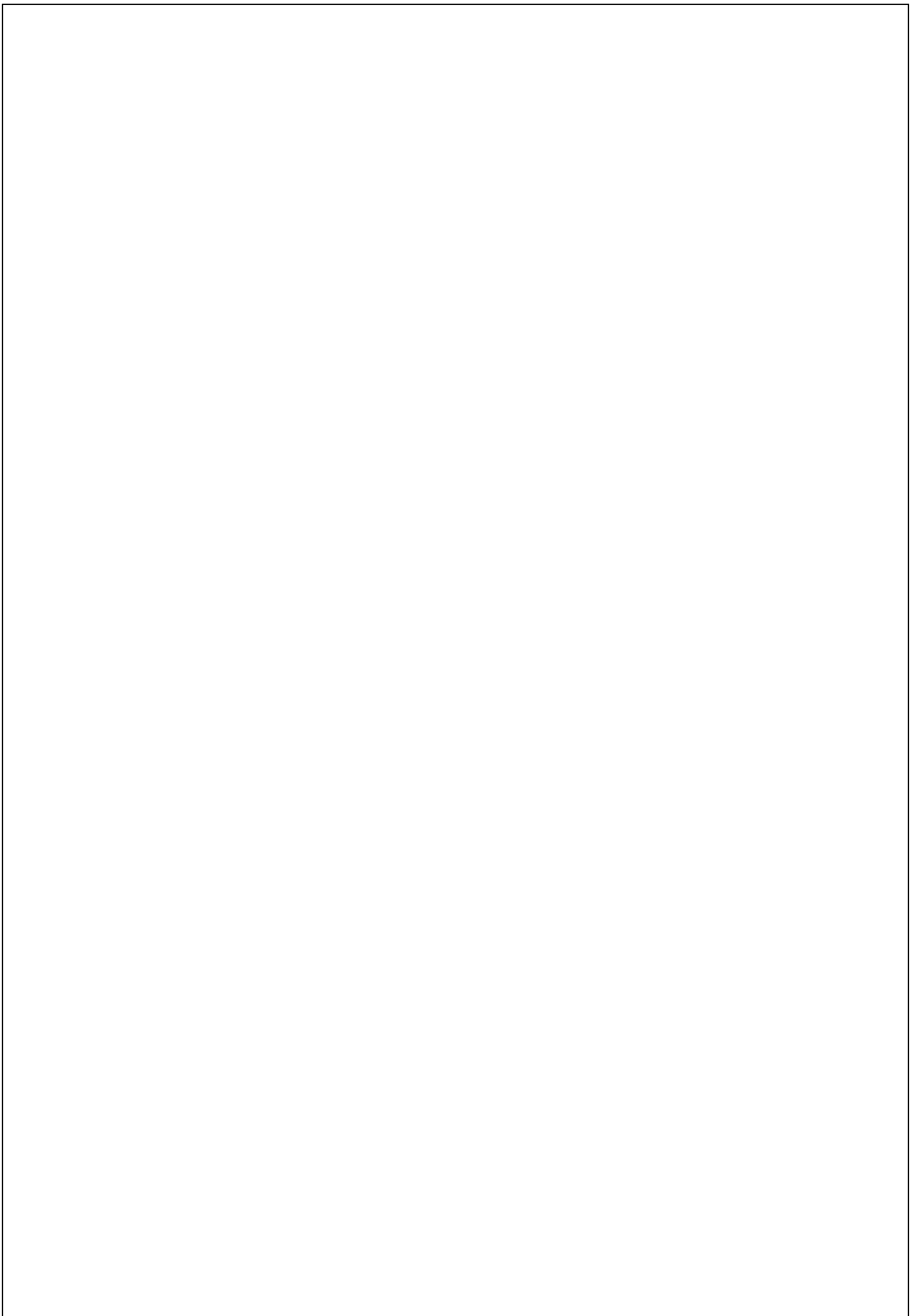
Questão 03:

$$\boxed{08 - = \frac{10}{1} = 10}$$

$$\textcircled{16} = \frac{10}{1} = 10$$

$$\textcircled{18} = \frac{10}{1} = 10$$

$$\textcircled{08} = \frac{10}{1} = 10$$



Questões 04:

$$\begin{cases} -x - y - z = 5 \\ x + 2y + 4z = 4 \\ 3x + y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$\det A = \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det A = 4 + (-12) - 1 - 2 + 4 + 6$$

$$\det A = -1$$

$$\det A_x = \begin{vmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 4 & 2 & 4 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 5 & -1 \\ 4 & 2 \\ -3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det A_x = -20 + 12 - 4 - 8 - 20 - 6$$

$$\det A_x = -46$$

$$\det A_y = \begin{vmatrix} -1 & 5 & -1 \\ +1 & 4 & 4 \\ 3 & -3 & -2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & 5 \\ +1 & 4 \\ 3 & -3 \end{vmatrix}$$

$$\det A_y = +8 + 60 + 3 + 10 + 12 - 12$$

$$\det A_y = 81$$

$$\det A_y = \begin{vmatrix} -1 & -1 & 5 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\det A_y = +6 - 12 + 5 - 3 + 4 - 30$$

$$\det A_y = -30$$

$$x = \frac{\det A_x}{\det A} = \frac{-46}{-1} = 46$$

$$y = \frac{\det A_y}{\det A} = \frac{81}{-1} = -81$$

$$z = \frac{\det A_z}{\det A} = \frac{-30}{-1} = 30$$

